



UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH MALUKU UTARA
FAKULTAS TEKNIK
TEKNIK PERTAMBANGAN, TEKNIK SIPIL, TEKNIK INFORMATIKA, MATEMATIKA

Alamat: Jl. KH. Ahmad Dahlan, Kel. Sasa. Kec, Kota Ternate Selatan, Kode Pos : 97719
Telp/Fax: 0921-326136 - 082146325146

SURAT TUGAS

Nomor : 095/S-KPTS/D/FT/X/2023

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Husaen Salahu, ST.,MT
NIDN : 1224037201
Jabatan : Dekan F- Teknik
Instansi : Universitas Muhammadiyah Maluku Utara

Dengan ini menunjuk/menugaskan kepada:

Nama : Muzakir Hi Sultan, S.Si.,M.Si
: Ruslan Laisouw, S.Pd.,M.Pd
: Hasanuddin Usman, S.Pd.,M.Si
: Dr. Isman M. Nur, S.Pd.,M.Pd
: Maya Rumakat, S.Pd.,M.Pd
: Yani Awal, S.Pd.,M.Pd
: Fachmi Buamona, S.Si.,M.Si

Untuk melakukan kegiatan pengabdian Masyarakat dengan tema *Pelatihan Software Maple untuk Siswa SMA Alkhairat Kota Ternate* pada tanggal 13 Oktober 2023.

Ternate, 11 Oktober 2023

Menyetujui



Dekan F- Teknik

Tembusan :

1. Rector UMMU
2. LRP2H UMMU
3. Arsip



LEMBAGA RISET, PENGABDIAN, PUBLIKASI DAN HAKI (LRP2H) UNIVERSITAS
MUHAMMADIYAH MALUKU UTARA

LEMBARAN PENGESAHAN NARASUMBER

Pada Kegiatan Pengabdian Masyarakat untuk Siswa SMA Alkhairat Kota
Ternate Tanggal, 13 Oktober 2023

Dengan Tema

Pelatihan Software Maple untuk Siswa SMA Alkhairat Kota Ternate

Oleh

Tim Dosen

Nama : Muzakir Hi Sultan, S.Si.,M.Si
Ruslan Laisouw, S.Pd.,M.Pd
Hasanuddin Usman, S.Pd.,M.Si
Dr. Isman M. Nur, S.Pd.,M.Pd
Maya Rumakat, S.Pd.,M.Pd
Yani Awal, S.Pd.,M.Pd
Fachmi Buamona, S.Si.,M.Si

Program Studi : Matematika

Ternate, 12 Oktober 2023

Lembaga

Haki
Kepala

LRP2H
Dr. Apt. Hamidah Rahman, M.Si, M.Si
NIDN: 1209097002

**PELATIHAN
SOFTWARE MAPLE UNTUK SISWA SMA ALKHAIRAT
KOTA TERNATE**



OLEH

- 1. Muzakir Hi Sultan, S.Si.,M.Si**
- 2. Ruslan Laisouw, S.Pd.,M.Pd**
- 3. Hasanuddin Usman, S.Pd.,M.Si**
- 4. Dr. Isman M. Nur, S.Pd.,M.Pd**
- 5. Maya Rumakat, S.Pd.,M.Pd**
- 6. Yani Awal, S.Pd.,M.Pd**
- 7. Fachmi Buamona, S.Si.,M.Si**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH MALUKU UTARA**

A. MEMULAI MENGGUNAKAN MAPLE

Bagaimana Anda akan memulai *Maple* bergantung pada jenis mesin yang sedang digunakan. Jika anda sedang menjalankan Window, klik dua kali pada icon *Maple* yang akan langsung memberikan respon dengan menampilkan *prompt* [$\>$].

Simbol [$\>$] ini otomatis dan sebagai tanda bahwa *Maple* telah siap dioperasikan. Perintah ke computer diberikan dengan mengetikkan pada papan ketik setelah symbol [$\>$]. Perintah ini dicetak dalam warna merah, sedangkan responnya dicetak dalam warna biru. Ingat bahwa setiap perintah *Maple* harus diakhiri dengan symbol titik koma (;) jika respons ini ditampilkan atau symbol titik dua (:) jika respons tidak ingin ditampilkan.

B. KALKULASI ALJABAR

Maple merupakan software “C. A. S” (*Computer Algebra System*). Artinya, maple tahu setiap aturan aljabar dalam matematika.

$\>$ **restart;**

1. Mengekspansi, Memfaktorkan, dan Menyederhanakan Ekspresi

Maple menyediakan berbagai cara yang berbeda untuk memanipulasi dan menampilkan ekspresi-ekspresi matematis, sehingga memudahkan Anda melihat, menjelaskan, dan menggunakannya secara efektif. Fleksibilitas memungkinkan Anda melakukan hal-hal seperti mengekspansi suku-suku binomial, memfaktorkan hasilnya, menyederhanakan ekspresi-ekspresi trigonometric, menyimpan hasilnya kedalam suatu variabel, dan mengkonversi suatu ekspresi ke bentuk lain, dan sebagainya.

a. Mengekspansi dan Memfaktorkan Suatu Ekspresi

Setiap pasangan bilangan asli disebut faktor-faktor dari hasil kali mereka. Sebaliknya setiap pasangan bilangan asli dapat ditulis sebagai hasil kali yang hanya melibatkan factor-faktor prima. (Booth, 2003).

Contoh 1:

Gunakan perintah **expand ()** untuk mengekspansi $(x + 2)^3(3x - 3)(x + 5)$

> **k:=(x+2)^2*(3*x-3)*(x+5);**

$$k := (x + 2)^2(3x - 3)(x + 5)$$

> **expand(k);**

$$3x^4 + 24x^3 + 45x^2 - 12x - 60$$

Contoh 2:

Perintah **expand ()** juga dapat digunakan untuk menguraikan fungsi-fungsi $\sin(2x)$ dan $\cos(2x)$.

> **expand(sin(2*x));**

$$2\sin(x)\cos(x)$$

> **expand(cos(2*x));**

$$2\cos^2 x - 1$$

Contoh 3:

Ekspansikan ekspresi $x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{-1}{2}}$

> **h:=x^(1/2)*(x^(3/2))+x^(-1/2);**

$$h := \sqrt{x} \left(x^{(3/2)} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$$

> **expand(h);**

$$x^2 + 1$$

Contoh 4:

Maple dapat mengekspansi perpangkatan binomial seperti $(x + y)^{15}$. Perintah-perintah Maple di bawah ini akan menyimpan ekspresi tersebut dan mengekspansinya.

>binom15:=(x+y)^15;

$$\text{binom 15:} = (x + y)^{15}$$

>expand(binom15);

$$x^{15} + 15x^{14}y + 105y^2x^{13} + 455y^3x^{12} + 1365y^4x^{11} + 3003y^5x^{10} + 5005y^6x^9 + 6435y^7x^8 + 6435y^8x^7 + 5005y^9x^6 + 3003y^{10}x^5 + 1365y^{11}x^4 + 455y^{12}x^3 + 105y^{13}x^2 + 15y^{14}x + y^{15}$$

Contoh 5:

Setelah melihat hasilnya, Anda dapat menggunakan perintah **factor** untuk memfaktorkannya dan menguji kebenaran hasilnya.

>factor(%);

$$(x + y)^{15}$$

Contoh 6:

Faktorkan ekspresi $3x^2 - 10x - 8$

>w:=3*x^2-10*x-8;

$$w := 3x^2 - 10x - 8$$

>factor(w);

$$(3x + 2)(x - 4)$$

Secara langsung:

>factor(3*x^2-10*x-8);

$$(3x + 2)(x - 4)$$

Contoh 7:

Ekspansikan ekspresi $2(x - 2)(2x^2 + 5x + 2)(x + 4)$. Gunakan perintah **factor**() untuk memfaktorkan kembali. Bandingkan hasilnya, mengapa tampak berbeda?

>H:=2*(x-2)*(2*x^2+5*x+2)*(x+4);

$$H:=2(x - 2)(2x^2 + 5x + 2)(x + 4)$$

>ans:=expand(H);

$$\text{ans} := 4x^4 + 18x^3 - 8x^2 - 72x - 32$$

>factor(ans);

$$2(x - 2)(2x^2 + 5x + 2)(x + 4)$$

Contoh 8:

Maple dapat memfaktorkan ekspresi dengan lebih dari satu variabel. Faktorkan ekspresi: $x^2y + xy + y$.

>h:=x^2*y+2*x*y+y;

$$h:=x^2y + xy + y$$

>factor(h);

$$y(x + 1)^2$$

Contoh 9:

Jika Maple tidak dapat memfaktorkan sebuah ekspresi, hasilnya sama dengan ekspresi semula.

>factor(3*x^2-15*x-9);

$$3x^2 - 15x - 9$$

Contoh 10:

Maple juga dapat memfaktorkan fungsi-fungsi non-polinomial, misalnya $\sin^2 x - \cos^2 x$

```
>factor((sin(x))^2-(cos(x))^2);
```

$$-(\cos(x) - \sin(x)) (\cos(x) + \sin(x))$$

Contoh 11:

Maple juga dapat memfaktorkan ekspresi rasional.

```
>A:=(x^3-7*x^2+15*x-9)/(x^2+4*x+4);
```

$$A := \frac{x^3 - 7x^2 + 15x - 9}{x^2 + 4x + 4}$$

```
>factor(A);
```

$$\frac{(x - 1)(x - 3)^2}{(x + 2)^2}$$

```
>B:=(x^3-7*x^2+15*x-9)/(x^2-4*x+3);
```

$$B := \frac{x^3 - 7x^2 + 15x - 9}{x^2 + 4x + 4}$$

```
>factor(B);
```

$$x - 3$$

Contoh 12:

Perintah **numer()** berguna untuk mendapatkan *pembilang* dalam sebuah ekspresi pecahan, dan fungsi **denom()** mendapatkan *penyebut* sebuah pecahan.

```
>B:=(x^3-7*x^2+15*x-9)/(x^2-4*x+3);
```

$$B := \frac{x^3 - 7x^2 + 15x - 9}{x^2 + 4x + 3}$$

>factor(numer(B)); factor(denom(B));

$$(x - 1)(x - 3)^2$$

$$(x - 1)(x - 3)$$

a) Menyederhanakan Ekspresi Matematis

Contoh 1:

Maple dapat menyederhanakan ekspresi rumit seperti, $\cos(x)^5 + \sin(x)^4 + 2\cos(x)^2 - 2\sin(x)^2 - \cos(2x)$

>V:=cos(x)^5+sin(x)^4+2*cos(x)^2-2*sin(x)^2-cos(2*x);

$$V:=\cos(x)^5 + \sin(x)^4 + 2\cos(x)^2 - 2\sin(x)^2 - \cos(2x)$$

>simplify(V);

$$\cos(x)^5 + \sin(x)^4$$

Contoh 2:

Sederhanakan $\sin(x)^5 + \cos(x)^4$

>simplify(sin(5*t)+sin(3*t));

$$16 \sin(t) \cos(t)^4 - 8 \sin(t) \cos(t)^2$$

Contoh 3:

Menyederhanakan ekspresi $\frac{1}{x+1} + \frac{x}{x-1}$

>M:=(1/(x+1))+x/(x-1);

$$M := \frac{1}{x+1} + \frac{x}{x-1}$$

>**simplify(M);**

$$\frac{2x - 1 + x^2}{x^2 - 1}$$

Cara lain untuk menyederhanakan ekspresi pecahan adalah dengan perintah **normal**, yang akan menghilangkan faktor persekutuan pada pembilang dan penyebut.

Contoh 4:

Pecahan $\frac{x^3 - y^2}{x^2 + x - y - y^2}$ dapat disederhanakan dengan perintah Maple sebagai berikut.

>**normal((x^3-y^2)/(x^2+x-y-y^2));**

$$\frac{y^2 + xy + x^2}{y + x + 1}$$

b) Menyimpan Nilai ke dalam Variabel

Seperti sudah Anda lihat contoh-contoh sebelumnya, Anda dapat menyimpan suatu ekspresi atau hasil perhitungan ke dalam sebuah variabel dengan menggunakan tanda titik dua dan sama dengan (:=). Pemakaian variabel sangat membantu jika Anda bekerja dengan banyak ekspresi dan fungsi, serta jika Anda menggunakan ulang hasil-hasil perhitungan sebelumnya.

Contoh 1:

Simpan ekspresi $3x^2 + 8$ ke dalam variabel W.

>**W:=3*x^2+8;**

$$w := 3x^2 + 8$$

Untuk menghitung nilai $3x^2 + 8$ untuk $x = 4$, gunakan perintah **subs()**:

```
>subs(x=4,3*x^2+8);
```

56

Cara lain adalah menggunakan **subs()** pada **W**.

```
>subs(x=4,W);
```

56

Contoh 2:

Perintah **subs()** juga dapat digunakan untuk substitusi variabel. Untuk mengganti x pada ekspresi $3x^2 + 8$ dengan $5 + 2u$, tulis ekspresi di bawah ini. Hasil substitusinya disimpan ke dalam variabel **M**.

```
>W:=3*x^2+8;
```

$w := 3x^2 + 8$

```
>M:=subs(x=5+2*u,W);
```

$M:=3(5 + 2u)^2 + 8$

Maple dapat mengekspansi sebuah ekspresi dengan perintah **expand()**.

```
>expand(M);
```

$83 + 60u + 12u^2$

Contoh 3:

Perintah **subs()** juga dapat digunakan untuk substitusi pada ekspresi dengan satu variabel atau lebih.

Ekspresi berikut mengganti x dengan 7 dan y dengan 12 pada ekspresi $U = \frac{2x^2}{5} +$

$3y$.

```
>U:=(2/5)*x^2+3*y;
```

$$u := \frac{2}{5}x^2 + 3y$$

>subs(x=7,y=12,U);

$$\frac{278}{5}$$

>evalf(%);

$$55.60000000$$

Contoh 4:

Perintah **subs ()** dapat digunakan untuk memasukkan sebuah nilai ke dalam persamaan, untuk menguji apakah nilai tersebut memenuhi persamaan tersebut. Misalnya diketahui persamaan $x^3 - 5x^2 + 7x - 12 = 0$ Ekspresi-ekspresi berikut berguna untuk menguji apakah nilai x yang dimasukkan memenuhi persamaan tersebut.

>pers:=x^3-5*x^2+7*x-12=0;

$$\text{eqn} := x^3 - 5x^2 + 7x - 12 = 0$$

>subs(x=3,pers);

$$-9 = 0$$

>subs(x=4,pers);

$$0 = 0$$

>subs(x=5,pers);

$$23 = 0$$

Misalkan variabel **P1** menyatakan ekspresi suku banyak $(41x^2+x+1)^2(2x-1)$

>P1:=(41*x^2+x+1)^2*(2*x-1);

$$P1 := (41x^2+x+1)^2(2x-1)$$

Untuk menguraikan ekspresi tersebut dapat digunakan perintah **expand** dengan argumen (masukan) **P1**. Misalkan hasilnya disimpan ke dalam variabel **P2**.

>P2:=expand(P1);

$$P2:=3362x^5 - 1517x^4 + 84x^3 - 79x^2 - 1$$

Anda dapat menghitung nilai **P1** dan **P2** untuk $x = 1$ dengan menggunakan perintah **eval**. Samakah hasilnya?

>eval(P1,x=1); eval(P2,x=1);

1849

1849

Jadi, selain menggunakan perintah **subs**, Anda juga dapat menggunakan perintah **eval** untuk menghitung nilai suatu ekspresi yang memuat variabel.

Pada contoh berikut kita gunakan variabel **In the next example, Q** untuk menyimpan hasil bagi suatu polinomial dengan polinomial dalam bentuk **normal** (pecahan paling sederhana).

>pembilang:=P2;

$$\text{pembilang}:=3362x^5 - 1517x^4 + 84x^3 - 79x^2 - 1$$

>penyebut:=expand((3*x+5)*(2*x-1));

$$\text{penyebut}:=6x^2 + 7x - 5$$

>Q:=normal(pembilang/penyebut);

$$Q:=\frac{1681x^4+82x^3+83x^2+2x+1}{3x+5}$$

1. Fungsi: Definisi, Nilai dan Grafik

Untuk membedakan fungsi dengan ekspresi, Maple memerlukan notasi khusus untuk mendefinisikan sebuah fungsi. Maple menyediakan beberapa cara untuk mendefinisikan fungsi. Salah satu cara adalah menggunakan notasi anak panah (\rightarrow), yang menyerupai notasi fungsi atau pemetaan dalam matematika. Perintah **unapply** dapat digunakan untuk mengubah suatu ekspresi menjadi fungsi. Misalnya untuk mendefinisikan fungsi $f(x) = \cos(\pi x) + 3$ pada Maple digunakan perintah:

```
>f:=x->cos(Pi*x)+3;
```

$$f := x \rightarrow \cos(\pi x) + 3$$

Perhatikan cara menuliskannya dengan menggunakan notasi " \rightarrow " untuk mendefinisikan fungsi $x \rightarrow f(x)$. Maple tidak akan mendefinisikan fungsi jika Anda menuliskan $f(x):=\cos(\text{Pi}*x)+3$; Bandingkan ekspresi dan fungsi di bawah ini.

```
>y:=(x+2)/(x^3+5*x+2);
```

$$y := \frac{x + 2}{x^3 + 5x + 2}$$

```
>f:=x->(x+2)/(x^3+5*x+2);
```

$$f := x \rightarrow \frac{x + 2}{x^3 + 5x + 2}$$

Mendefinisikan fungsi $x \rightarrow x^2 + \frac{1}{2}$

```
>f:=x->x^2+1/2;
```

$$f := x \rightarrow x^2 + \frac{1}{2}$$

Untuk menghitung nilai fungsi, cara yang digunakan persis sama dengan cara dalam matematika. Maple akan menghasilkan nilai simbolik (eksak).

>f(2);

>f(a+b);

$$\frac{9}{2}$$

$$(a + b)^2 + \frac{1}{2}$$

Perintah **unapply** dapat digunakan untuk mengubah suatu ekspresi menjadi fungsi.

>g := unapply(x^2 + 1/2, x); g(2);

$$g := x \rightarrow x^2 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{9}{2}$$

Latihan 1 Definisikan fungsi $h(x) = x^3 \sin(2x + 1)$

Jawaban 1

>h:= x-> x^3*sin(2*x+1);

Setelah sebuah fungsi didefinisikan, kita dapat menggunakannya untuk menghitung nilainya di titik tertentu, atau menggambar grafiknya.

>f:=x->ln(cos(5*x));

>f(x);

Membatalkan definisi fungsi:

>f:='f';

2. Menghitung Nilai Fungsi

>f:=x->3*x+x^2;

$$f := x \rightarrow 3x + x^2$$

>f(-1);

$$-2$$

>f(2+sqrt(5));

$$6 + 3\sqrt{5} + (2 + \sqrt{5})^2$$

>evalf(f(2+sqrt(5)));

$$30.65247584$$

>f(x+4);

$$3x + 12 + (x + 4)^2$$

>simplify(%);

$$11x + 28 + x^2$$

>(f(x+h)-f(x))/h;

$$\frac{3h + (x + h)^2 - x^2}{h}$$

>simplify(%);

$$3 + 2x + h$$

Anda dapat bekerja dengan lebih dari satu buah fungsi.

>g:=x->cos(x)+1;

$$g := x \rightarrow \cos(x) + 1$$

>f(g(Pi/3));

$$\frac{27}{4}$$

>j:=x->g(f(x));

$$f := x \rightarrow g(f(x))$$

>j(x);

$$\cos(3x + x^2) + 1$$

Latihan 2

Definisikan fungsi $s(t) = \frac{3+t^2}{\sqrt{3t+1}}$ kemudian hitunglah $s(2)$, $s(t-3)$, $s(t) - s(3)$

dansederhanakan hasilnya.

Jawaban 2

>s:= t-> (3 + t^2)/(sqrt(3*t+1));

>s(2);

>s(t - 3);

>simplify (%);

>s(t) - s(3);

>simplify(%);

Pemakaian fungsi membuat Anda tidak perlu lagi menggunakan perintah subs.

3. Menyelesaikan Persamaan Fungsi

>g:='g';

$g := g$

>g:=t->t^3-6*t^2+6*t+8;

$g := t \rightarrow t^3 - 6t^2 + 6t + 8$

>solve(g(t)=0,t);

$4,1 + \sqrt{3,1} - \sqrt{3}$

>fsolve(g(t)=0,t);

$-0.7320508076, 2.732050808, 4$

4. Grafik Fungsi

Fungsi `plot ()` juga dapat digunakan pada fungsi:

>h:='h'; y:='y'; x:='x';

$h := h$

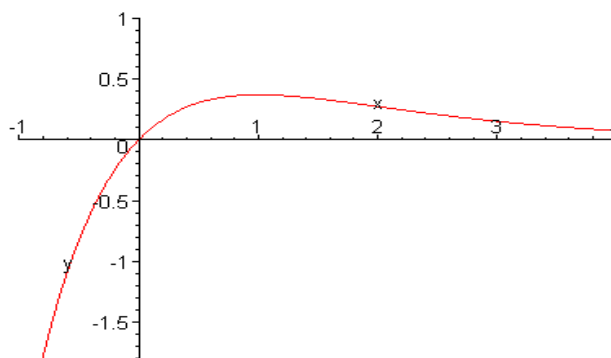
$y := y$

$x := x$

>h:=x->x*exp(-x);

$h := x \rightarrow xe^{-x}$

>plot(h(x),x=-1..4,y=-2..1);

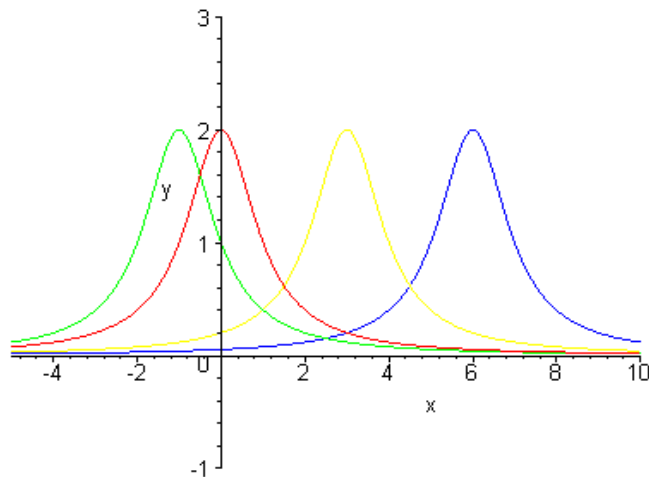


Beberapa fungsi dapat digambar sekaligus. Perhatikan fungsi $f(x) = \frac{2}{x^2+1}$ Berikut akan digambar grafik fungsi $f(x + 1)$, $f(x - 3)$ dan $f(x - 6)$. Dapatkah Anda menjelaskan hubungan fungsi-fungsi tersebut ?

>f:=x->2/(x^2+1);

$$f := x \rightarrow 2 \frac{1}{x^2 + 1}$$

>plot([f(x),f(x+1),f(x-3),f(x-6)],x=-5..10,y=-1..3);



Latihan 3

Definisikan fungsi $f(x) = 2x - |x^2 - 5|$ kemudian jawab pertanyaan-pertanyaan di bawah ini.

- a) Hitung nilai $f(6.5)$
- b) Sederhanakan $f(z-4)$ dengan z adalah suatu variabel.
- c) Plot grafik fungsi $f(x)$
- d) Carilah semua nilai x yang memenuhi $f(x)=0$.

Jawaban 3

```
>f:=x->2*x-abs(x^2-5);
>f(6.5);
>simplify(f(z-4));
>plot(f(x),x);
>fsolve(f(x)=0,x=0..2);
>fsolve(f(x)=0,x=3..4);
```

Latihan 4

Definisikan fungsi $g(x) = 5e^{(-5x)}$ dan $h(x) = x + 1$ kemudian kerjakan:

- a) Plot grafik kedua fungsi dalam sebuah sistem koordinati. Lakukan eksperimen dengan nilai-nilai domain dan jangkauan yang berbeda.
- b) Estimasi koordinat titik potong kedua kurva dengan mengklik tombol mouse kiri.
- c) Gunakan perintah **fsolve()** untuk menyelesaikan persamaan $g(x) = h(x)$. Bagaimanakah hubungan penyelesaian persamaan terakhir dengan jawaban Anda pada (b).

Jawaban 4

```
>g:=x->5*exp(-0.5*x);
>h:=x->x+1;
>plot([g(x),h(x)],x=-5..5,y=-20..20);
>plot([g(x),h(x)],x=1..2,y=1..4);
>x0:=fsolve(g(x)=h(x),x);
```

Penyelesaian persamaan $g(x) = h(x)$ merupakan absis titik potong kurva $y = g(x)$ dan $y=h(x)$. Untuk mencari oordniat titik potong, hitung nilai kedua fungsi pada titik absis tersebut.

>**g(x0);**

>**h(x0);**

Latihan 5

Definisikan fungsi $k(x) = x + 3 \sin(2x)$, kemudia lakukan:

- Plot grafik fungsi ini pada interval $[-1, 8]$.
- Ubah grafik pada (a) dengan memasukkan kurva $y=4$. Gunakan untuk mengestimasi nilai-nilai x yang memenuhi $k(x)=4$.
- Sebutkan fungsi yang grafiknya memberikan informasi sama dengan (b)
- Gunakah perintah **fsolve()** untuk menghitung hampiran penyelesaian $k(x)=4$.

Jawaban 5

>**k:=x->x+3*sin(2*x);**

>**plot(k(x),x=-1..8);**

>**plot([k(x),4],x=-1..8);**

Tampak adanya tiga titik potong di $x=3.25, 4.825$ dan 5.95 .

Kita gambar grafik $k(x) - 4$ dan lihat titik potongnya dengan sumbu- x .

>**plot(k(x)-4,x=-1..8);**

Berikut kita gunakan **fsolve()** :

>**fsolve(k(x)=4,x=2 .. 3.5);**

>**fsolve(k(x)=4,x=3.5 .. 5);**

>**fsolve(k(x)=4,x=5 .. 7);**

5. Menyelesaikan Persamaan dan Sistem Persamaan/Pertidaksamaan

Maple dapat digunakan untuk menyelesaikan dan menguji kebenaran penyelesaian berbagai persamaan aljabarik dan sistem persamaan.

a. Menyelesaikan Persamaan Aljabarik

Perintah Maple **solve()** berguna untuk menyelesaikan persamaan secara eksak (jika mungkin). Perintah Maple **fsolve ()** berguna untuk menghitung penyelesaian persamaan secara numerik. Kedua perintah dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan.

Berikut adalah salah satu cara untuk menyelesaikan persamaan

$$x^3 - \frac{ax^2}{2} + \frac{13x^2}{3} = \frac{13ax}{6} + \frac{10x}{3} - \frac{5a}{3}$$

dengan Maple:

>pers1 := x^3-1/2*a*x^2+13/3*x^2 = 13/6*a*x+10/3*x-5/3*a;

>solve(pers1, {x});

$$\left\{x = \frac{2}{3}\right\}, \{x = -5\}, \left\{x = \frac{1}{2}a\right\}$$

Untuk menguji kebenaran penyelesaian tersebut, kita dapat menghitung kesamaan kedua ruas untuk setiap nilai x yang dihasilkan oleh Maple, misalnya

>eval(pers1, x=1/2*a);

$$\frac{13}{12}a^2 = \frac{13}{12}a^2$$

Rumus 'abc' untuk persamaan kuadrat:

>solve(a*x^2+b*x+c=0,{x});

$$\left\{x = \frac{1-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right\}, \left\{x = \frac{1-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right\}$$

>{x = 1/2/a*(-b+sqrt(b^2-4*a*c))}, {x = 1/2/a*(-b-sqrt(b^2-4*a*c))};

$$\left\{ x = \frac{1-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}, \left\{ x = \frac{1-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}$$

6. Menghitung Penyelesaian Eksak dengan Perintah solve()

Contoh 1:

Selesaikan persamaan polynomial $3x^3 - 4x^2 - 43x + 84 = 0$

>solve(3*x^3-4*x^2-43*x+84=0,x);

$$3, -4, \frac{7}{3}$$

Perhatikan, Maple memberikan tiga buah akar.

Contoh 2:

Penyelesaian suatu persamaan dapat disimpan ke dalam sebuah vektor, untuk dapat digunakan pada keperluan lain.

>N:=solve(x^2-5*x+3=0,x);

$$N := \frac{5}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{13}, \frac{5}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{13}$$

>N[1];

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{13}$$

Contoh 3:

Penyelesaian persamaan yang tersimpan dalam sebuah variabel.

>pers1:=7*x^3-11*x^2-27*x-9=0;

$$pers1:=7x^3 - 11x^2 - 27x - 9 = 0$$

>H:=solve(pers1,x);

$$H := -1,3, \frac{-3}{7}$$

Uji bahwa setiap nilai tersebut memenuhi persamaan semula, dengan perintah **subs()**.

>subs(x=H[1],pers1);

$$0 = 0$$

>subs(x=H[2],pers1);

$$0 = 0$$

>subs(x=H[3],pers1);

$$0 = 0$$

Contoh 4:

Penyelesaian yang rumit dari persamaan $x^3 - 34x^2 + 4 = 0$

>pers1:=x^3-34*x^2+4=0;

$$pers1:=x^3 - 34x^2 + 4 = 0$$

>H:=solve(pers1,x);# Terlalu rumit, tidak ditampilkan di sini.

Dalam penyelesaian di atas I menyatakan $\sqrt{-1}$. Apabila penyelesaian rumit seperti itu, lebih baik selesaikan secara numerik, dengan **evalf()**.

>evalf(H);

$$33.99653908 - .2 \cdot 10^9 I, -. 3412885427 - .8590254040 \cdot 10^{-8} I, .3447494447 + .8730254040 \cdot 10^{-8} I$$

Contoh 5:

Selesaikan persamaan $5e^{\left(\frac{x}{4}\right)} = 43$.

>solve(5*exp(x/4)=43,x);

$$4 \ln\left(\frac{43}{5}\right)$$

Contoh 6:

Terkadang Maple tidak menampilkan semua penyelesaian sebuah persamaan.

Bagaimanakah Anda dapat menuliskan semua penyelesaian persamaan $\sin(x) = \frac{1}{2}$?

```
>solve(sin(x)=1/2,x);
```

$$\frac{1}{6}\pi$$

Latihan 1

Selesaikan persamaan Mengapa Maple hanya menampilkan dua buah akar berlainan? Faktorkan ruas kiri untuk mengetahui akar-akarnya.

Jawaban 1

```
>solve(x^3-11*x^2+7*x+147=0,x);
```

```
>factor(x^3-11*x^2+7*x+147);
```

7. Penyelesaian Secara Numerik dengan perintah fsolve()

Perintah Maple **fsolve()** berguna untuk menghitung penyelesaian suatu persamaan secara numerik.

Contoh 1:

Selesaikan persamaan berikut secara numerik: $x^4 - x^3 - 17x^2 - 6x + 2 = 0$

```
>pers:=x^4-x^3-17*x^2-6*x+2=0;
```

$$pers:=x^4 - x^3 - 17x^2 - 6x + 2 = 0$$

```
>fsolve(pers,x);
```

$$-3.414213562, -.5857864376, .2087121525, 4.791287847$$

Contoh 2:

Carilah semua penyelesaian riil persamaan berikut dengan perintah fsolve(): $x^3 +$

$$1 - e^x = 0$$

```
>pers:=x^3+1-exp(x)=0;
```

$$pers:=x^3 + 1 - e^x = 0$$

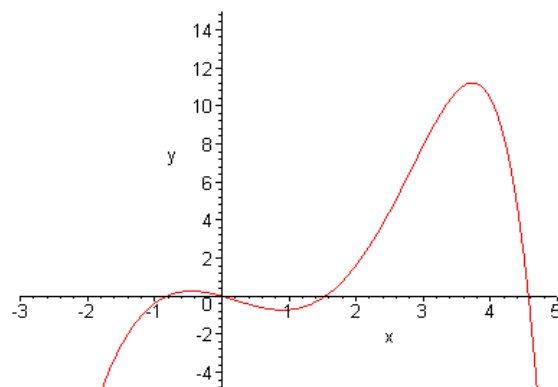
```
>fsolve(pers,x);
```

0

Contoh 3: Carilah penyelesaian riil lain dari persamaan $x^3 + 1 - e^x = 0$. Mula-mula gambar grafik fungsi ruas kiri.

Penyelesaian persamaan $x^3 + 1 - e^x = 0$ merupakan absis titik-titik potong grafik $y = x^3 + 1 - e^x = 0$

```
>plot(x^3+1-exp(x),x=-3..5,y=-5..15);
```



Grafik menunjukkan adanya empat titik potong. Untuk mencari penyelesaian persamaan yang terletak pada interval tertentu, tambahkan selang interval x pada perintah **fsolve()**.

```
>fsolve(pers,x=-1..-0.2);
```

-.8251554697

```
>fsolve(pers,x=1..2); fsolve(pers,x=4..5);
```

1.545007279

4.567036837

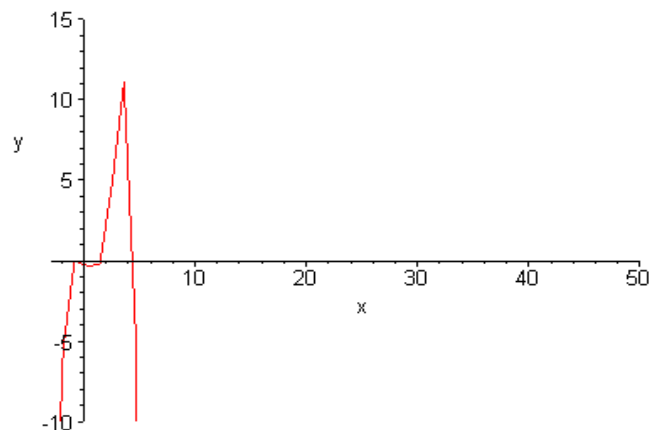
Cobalah Anda menggunakan perintah **fsolve()** pada interval yang tidak memuat akar!

>**fsolve(pers,x=2..4);**

fsolve(x³ + 1 - e^x = 0, x, 2..4)

Maple hanya menampilkan ekspresi yang Anda tulis secara lengkap.

>**plot(x³+1-exp(x),x=-3..50,y=-10..15);**



>**fsolve(pers,x=5..50);**

fsolve(x³ + 1 - e^x = 0, x, 5..50)

Tidak ada akar pada interval [5 , 50]!

>**fsolve(pers,x=-50..-1);**

fsolve(x³ + 1 - e^x = 0, x, -50..-1)

Tidak ada akar pada interval $[-50, -1]$! Jadi keempat penyelesaian persamaan adalah: $-0.8251554597, 0, 1.545007279,$ dan 4.567036837

Contoh 4:

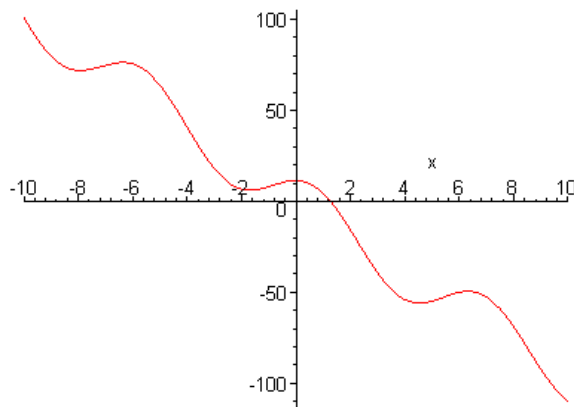
Selesaikan secara numerik persamaan $\frac{x^2}{20} - 10x = 15\cos(x + 15)$

Mula-mula ubah persamaan tersebut menjadi $\frac{x^2}{20} - 10 - 15\cos(x + 15) = 0$

>pers:=x^2/20-10*x-15*cos(x+15)=0;

$$pers := \frac{1}{20}x^2 - 10x - 15\cos(x + 15) = 0$$

>plot(lhs(pers),x=-10..10);



Dari grafik terlihat adanya akar pada interval $[1, 2]$.

>fsolve(pers,x=1..2);

1.274092075

Latihan 2

Carilah semua penyelesaian persamaan $x^5 - 3x^3 + 5x^2 + 9x - 10 = 0$ dengan melihat grafik fungsinya terlebih dahulu.

Latihan 3

Grafik $y = 10 - x^2$ dan $y = 4 \sin(2x) + 5$ berpotongan pada interval $[-5, 5]$.

- Grafik kedua fungsi bersamaan kemudian estimasikan titik potong dengan mouse.
- Tulis sebuah persamaan yang penyelesaiannya merupakan titik-titik potong kedua kurva.
- Gunakan perintah **fsolve()** untuk menyelesaikan persamaan tersebut.
- Gunakan hasil c) untuk mengestimasi koordinat titik potong kedua kurva.
- Grafik tampak seolah ada titik potong di sekitar (1,9). Gunakan **fsolve()** dan/atau grafik pada interval di sekitar titik tersebut untuk menunjukkan bahwa tidak ada titik potong kedua kurva di sekitar lokasi tersebut.

Jawaban 3

```
>y1:=10-x^2;
```

```
>y2:=4*sin(2*x)+5;
```

- Grafik kedua fungsi

```
>plot([y1,y2],x=-5..5);
```

Terdapat dua titik potong di sekitar titik-titik: (-1.8, 6.6) dan (2.75, 2) .

- Bentuk persamaan $y_1=y_2$.

```
>pers:= y1=y2;
```

- Selesaikan persamaan tersebut dengan **fsolve()**

```
>x_soln1:=fsolve(y1=y2,x=-4..0);
```

```
>x_soln2:=fsolve(y1=y2,x=0..4);
```

- Gunakan **subs()** untuk mencari koordinat titik potong.

```
>y_soln1:=subs(x=x_soln1,y1);
```

```
>y_soln2:=subs(x=x_soln2,y1);
```

Jadi titik-titik potongnya adalah: (-1.800,6.763) dan (2.773,2.311)

- Grafik lebih deotil di sekitar $x=1$.

```
>plot([y1,y2],x=.5..1.5);
```

Tidak ada titik potong di sekitar $x=1$. Pemakaian **fsolve()** juga tidak menghasilkan penyelesaian:

>fsolve(y1=y2,x=.5..1.5);

8. Penyelesaian Persamaan-persamaan Khusus

Contoh-contoh berikut ini memperlihatkan bagaimana kita dapat menggunakan Maple untuk menyelesaikan jenis-jenis persamaan lain, yakni yang melibatkan fungsi trigonometri dan harga mutlak.

Menyelesaikan persamaan trigonometri.

>solve(arccos(x)-arctan(x)=0, {x});

$$\left\{ x = \frac{1}{2} \sqrt{-2 + 2\sqrt{5}} \right\}$$

Menyelesaikan persamaan harga mutlak $|(z + |z + 2|)^2 - 1|^2 = 9$

>solve(abs((z+abs(z+2))^2-1)^2=9,{z});

$$\{z = 0\}, \{z \leq -2\}$$

9. Menyelesaikan Sistem Persamaan

Menyelesaikan Sistem Persamaan Linier (SPL) dengan **solve()**.

>restart:

>with(plots):

Contoh 1:

Selesaikan dua buah persamaan : $3x + 2y = 3$ dan $x - y = -4$

>solve({3*x+2*y=3,x-y=-4});

$$\{x = -1, y = 3\}$$

Penyelesaian tersebut merupakan titik potong kedua kurva dari masing-masing persamaan.

>y1:=solve(3*x+2*y=3,y);

$$y1 := -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$$

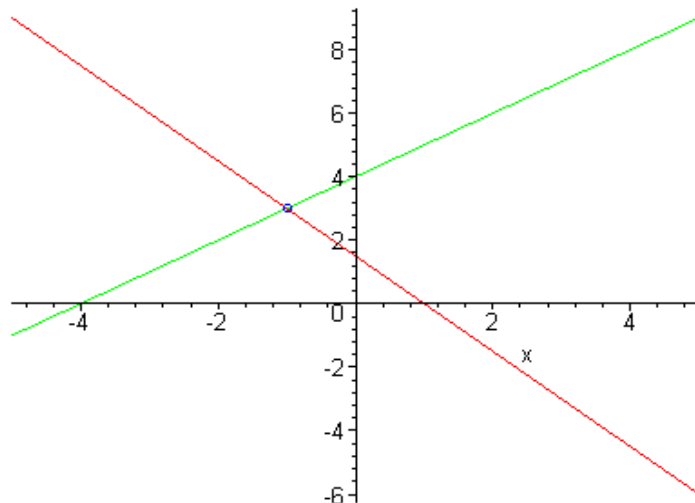
>y2:=solve(x-y=-4,y);

$$y2:= x + 4$$

>gb1:=plot([y1,y2],x=-5..5):

>gb2:=plot([-1,3],style=point,color=blue,symbol=circle):

>display([gb1,gb2]);



Contoh 2:

Selesaikan SPL: $\{x + y + z = 1, 3x + y = 3, x - 2y - z = 0\}$

>solve({x+y+z=1, 3*x+y=3, x-2*y-z=0});

$$\left\{x = \frac{4}{5}, y = \frac{3}{5}, z = \frac{-2}{5}\right\}$$

Latihan 6

Selesaikan SPL: $\{4x + 3y = 12, 5x - 7y = 35\}$. Uji hasilnya dengan memasukkannya ke dalam kedua persamaan.

Jawaban 6

```
>spl:={4*x+3*y=12, 5*x-7*y=35};
```

```
>solusi:=solve(spl);
```

```
>subs(x=189/43,y=-80/43,spl);
```

SPL dengan Takberhingga Penyelesaian

Contoh 1:

Selesaikan SPL : $\{x + y + z = 1, 3x + y = 3\}$

```
>solusi:=solve({x+y+z=1, 3*x+y=3});
```

$$\text{solusi:} = \left\{ x = 1 + \frac{1}{2}z, y = -\frac{3}{2}z, z = z \right\}$$

Maple memberikan penyelesaian umum yang dinyatakan dalam x. Ganti nilai x dengan 4, misalnya.

```
>subs(x=4,solusi);
```

$$\left\{ y = -\frac{3}{2}z, 4 = 1 + \frac{1}{2}z, z = z \right\}$$

Salah satu penyelesaian adalah : $x=4, y= -9$ dan $z=6$. Uji bahwa ini memenuhi SPL semula.

```
>subs(x=2,solusi);
```

$$\left\{ y = -\frac{3}{2}z, 2 = 1 + \frac{1}{2}z, z = z \right\}$$

Jadi contoh dua penyelesaian adalah: $(x,y,z) = (4, -9, 6)$ dan $(2, -3, 2)$.

10. Menyelesaikan Sistem Pertidaksamaan

Contoh-contoh berikut memperlihatkan bagaimana mudahnya menyelesaikan sistem pertidaksamaan dengan Maple.

Berikut adalah bagaimana kita dapat menyelesaikan sistem pertidaksamaan,

$$x^2 < 1, y^2 \leq 1, x + y < \frac{1}{2}$$

```
>solve({x^2<1,y^2<=1,x+y<1/2},{x,y});
```

$$\{-1 \leq y, y \leq 1, x + y < \frac{1}{2}, -1 < x, x < 1\}$$

Kita dapat menyelesaikan suatu pertidaksamaan yang melibatkan beberapa variabel, seperti $x + y + \frac{4}{x+y} < 10$. Untuk mencari penyelesaian x yang dinyatakan dalam y , dapat digunakan perintah Maple sebagai berikut.

```
>ineq:=x+y+4/(x+y)<10:
```

```
>solve(ineq,{x});
```

$$\{x < -y\}, \{5 - \sqrt{21} - y < x, x < 5 + \sqrt{21} - y\}$$

DAFTAR PUSTAKA

- Ayres, F dan Schmidt, P.A. (2004). *Matematika Universitas*. Jakarta : Erlangga.
- Booth, D. J. (2003). *Matematika Teknik*. Jakarta : Erlangga
- Sahid. (2009). *Penggunaan Maple untuk Pembelajaran Aljabar*. [Online]. Tersedia :staff.uny.ac.id/sites/default/files/tmp/11_Maple4Aljabar.pdfDiakses pada: 14 November 2014
- Salusu, A. (2008). *Metode Numerik, Dilengkapi dengan Animasi Matematika dan Panduan Singkat Maple*. Yogyakarta : Graha Ilmu.
- Suarsana, I. M. (2008). *Pemanfaatan Program Aplikasi Maple Sebagai Upaya Meningkatkan Motivasi dan Prestasi Belajar Mahasiswa pada Perkuliahan Aljabar Linear I*. [Online]. Tersedia:[Ris.uksw.edu/ download /jurnal/kode/J00189](http://Ris.uksw.edu/download/jurnal/kode/J00189)Diakses pada: 27 Desember 2014.
- Triatmodjo, B. (2002). *Metode Numerik, Dilengkapi dengan Program Komputer*. Yogyakarta : Beta Offset
- Yahya, Y. dkk. (2004). *Matematika Dasar untuk Perguruan Tinggi*. Jakarta : Ghalia Indonesia.